

## Des études didactiques pourraient-elles aider l'enseignement des savoirs professionnels ? Le cas des mathématiques dans les pratiques professionnelles

**Alain MERCIER**

IREM d'Aix-Marseille, Faculté des Sciences,  
Case 901, Route Léon Lachamp  
13288 Marseille cedex 09, France

CIRADE, Université de Provence,  
Chemin de la Frescoule Bt 2  
13127 Vitrolles, France

### **Résumé**

*Cet article propose une première approche théorique d'un problème qui est usuellement posé et résolu dans l'action : la définition des enseignements généraux nécessaires à un enseignement professionnel donné. La notion d'instrument y est travaillée dans l'intention de montrer comment les savoirs mathématiques s'inscrivent dans un artefact pour devenir transparents à leurs utilisateurs<sup>1</sup>. La notion **d'enquête sur les mathématiques instrumentales d'une pratique professionnelle** pourrait ainsi aider à re-problématiser les rapports de l'enseignement disciplinaire à la formation professionnelle.*

**Mots clés :** *savoirs professionnels, pratiques mathématiques, activité instrumentée, artefact mathématique, transposition didactique.*

1. Il reprend un travail engagé depuis deux ans dans le cadre du groupe "didactique professionnelle" du Groupement de Recherche Didactique.

---

Alain MERCIER

---

### **Abstract**

*This paper offers a theoretical approach to a problem which is usually raised and solved pragmatically. This problem is the definition of which subject matters are necessary for a given case of professional training. The implementation of a mathematical technique is analysed in order to show how mathematical knowledge is part and parcel of an artefact, so as to become invisible for its users. This amounts to inquiring how the above mentioned "implementation of mathematical techniques in professional practice" might thereby help to transform the pragmatic problem into a theoretical one. We will demonstrate the connections between subject matter teaching and professional training.*

**Key words** : *implementation of mathematical techniques, instrumented activity, mathematical artefact, didactic transposition theory.*

### **Resumen**

*Este artículo propone un primer enfoque teórico de un problema frecuentemente planteado y resuelto en la acción : la definición de la base general de conocimientos que se deben enseñar en el marco de una formación técnica dada. Se trabaja la noción de instrumento con la intención de mostrar cómo los conocimientos matemáticos son presentados como un artefacto para que parezcan transparentes a los que los utilizan. La noción de encuesta sobre las matemáticas instrumentales para una práctica profesional podría así ayudar a re-problematizar las relaciones entre la enseñanza de la disciplina y la formación profesional.*

**Palabras claves** : *conocimientos profesionales, práctica matemática, actividad instrumentalizada, artefacto matemático, transposición didáctica.*

Cet article propose, sur quelques études de cas, de tester le cadre théorique de la didactique des mathématiques comme un outil apte à problématiser des questions venues des enseignements professionnels. L'approche n'a qu'une valeur exploratoire et les conclusions proposées ne sont encore que des conjectures.

Lorsque l'on cherche à poser un problème de formation professionnelle dans le cadre d'une école professionnelle, l'identification des besoins en savoirs qui doivent être satisfaits pour une pratique professionnelle de référence est première. La "formation sur le tas", organisée dans le cadre de l'ancienne institution de "l'apprentissage", peut se réaliser par frayage avec un professionnel confirmé qui "représente" les gestes du métier lorsque le sens de ces gestes est immédiatement accessible à l'apprenti. En revanche, "l'enseignement scolaire" organisé dans le cadre d'une "école", doit se réaliser par le moyen d'un enseignant : celui-ci professe, c'est-à-dire qu'il tient "discours" sur le savoir. Un enseignement de type scolaire n'est organisé que dans les cas où les savoirs que manifestent les gestes du métier sont tels, que leur sens

n'est pas autrement accessible à l'élève. C'est le cas exemplaire des savoirs mathématiques, qui ne s'apprennent pas en regardant faire un mathématicien, même s'il commente son activité : il y faut, au moins, un cours, et les exercices associés...

Cependant, de l'une à l'autre position, la différence peut être bien mince. Les mathématiques connues des titulaires d'un diplôme de fin d'études primaires suffisaient aux besoins mathématiques de la grande majorité des "apprentis" jusqu'il y a un demi-siècle, car la plupart des objets techniques usuels étaient fondés sur des principes mécaniques inscrits dans des systèmes dont le fonctionnement relevait de la loi des leviers et parfois d'un peu de chimie ou d'électricité pratiques. Et si, de longue date déjà, les écoles d'ingénieurs avaient rencontré le problème de la formation mathématique de leurs élèves, la question se pose aujourd'hui au niveau de toute une classe d'âge.

Trois exemples serviront de point d'appui au travail présenté. Les deux premiers montrent ce qu'ont pu être, dans des cas de la vie sociale courante, des besoins en mathématiques et les conditions de leur évolution. Le dernier propose une analyse d'un outil de calcul actuel et commence une analyse de sa présence dans un enseignement professionnel particulier.

## 1. QUELS BESOINS EN MATHÉMATIQUES POUR L'EXERCICE D'UN MÉTIER ?

### 1.1. Le compte des sardines tel que le réalisaient les pêcheurs bretons pour les conserveries, au début du siècle

Dans les conserveries de sardines et jusqu'après la Première Guerre mondiale, selon un travail de Phanette de Bonnault-Cornu et Roger Cornu (1991), le paiement des sardines se fait au "grand mille" ou "millier grand compte" qui, enquête faite, correspond selon les ports des côtes atlantiques à 1 050 ou 1 250 sardines. Le principe remonte à un système de compte du XV<sup>e</sup> siècle dont ce "mille" est le premier maillon, les presses pour le séchage des sardines et harengs mis en tonneau pressant deux milles en "rondelles" de 2 500 pièces, huit rondelles constituant un "tonneau". On retrouve ces mêmes comptes en 1855, la rondelle s'appelant alors "baril".

Or, les pêcheurs bretons interrogés sur le comptage des sardines racontent qu'ils livraient à l'usine le produit de leur pêche sous la forme de "paniers" : la constitution d'un panier repose sur le "lance", une poignée de cinq sardines ; pour chaque lance du panier de livraison, on met une sardine témoin dans un deuxième panier et pour chaque lance du panier témoin, on met une sardine témoin dans un troisième panier. Sachant que cinq paniers faisaient un mille, le comptage peut être reconstitué : le panier de livraison est rempli lorsque l'on a trois sardines et un lance dans le troisième panier témoin. On a en effet compté... en base cinq,  $(1300_5)$  sardines ! Soit  $5.5^3 + 3.5^2 + 0.5^1 + 0.5^0 = 125 + 3.25 = 125 + 75 = 200$  sardines.

---

Alain MERCIER

Cinq paniers auraient donc très exactement fait un mille si les paniers témoins n'avaient servi ensuite, décalés d'un rang, de paniers de livraison. Les paniers contiennent bientôt  $(3 + 5) + (0 + (3+5).5) + (0 + (0 + (3 + 5) .5).5) = 8 + 40 + 200 = 248$  sardines, car 48 sardines sont manipulées pour le comptage des 200 sardines du panier précédent !

A Belle-Ile-en-Mer au moins, la coutume veut que l'on rajoute deux poissons, en criant : "et de deux poissons !", puis les paniers sont livrés par deux, en échange d'un jeton : cinq "jets" comptent pour un baril de deux "grands milles". Les ouvrières des conserveries revendiquent en 1905, le "travail à l'heure" en remplacement du "travail au mille", parce que cette dernière technique les amenait à préparer plus de poissons que ceux pour lesquels elles étaient payées : les conserveurs avaient repris les techniques de compte des presseurs, cinq paniers pour un mille.

Nous avons ici une description des pratiques sociales comprenant des mathématiques qui va nous servir de modèle - de métaphore - dans l'étude générale des pratiques professionnelles nécessitant des mathématiques et des questions didactiques associées. Le système des **paniers**, associé au geste de fabrication du **lance** de cinq sardines, compte en fait pour le pêcheur les mille sardines qu'il doit compter. Mais **le pêcheur lui-même ne sait pas compter mille** : accepterait-il autrement d'ajouter les poissons servant au compte, produisant ainsi des "milles" de 1 250 sardines ?

Les ouvrières en revanche, vers 1905, commencent à compter des milliers qui ne sont pas les "milles" de la pratique des pêcheurs : elles revendiquent d'être payées pour le nombre effectif de sardines qu'elles travaillent. Leur compte s'est séparé de la "technique" précédente qui s'inscrivait dans un ensemble de **gestes** commandé par un **dispositif** comprenant à la fois des objets - le système de la file des paniers - et des parties du corps - le système des mains qui attrapent le lance et le témoin (Schlanger, 1991). Nulle mathématique visible pour le pêcheur : **le compte est inscrit dans la tradition du geste qui le reproduit**. Mais l'école et l'enseignement du système métrique ont montré aux ouvrières des conserveries l'écart qui se creuse, du pêcheur qui utilise son corps comme outil pour produire des "milles", à l'industriel qui divise le travail et fait mettre en boîte des sardines par milliers.

**Le changement technique révèle les mathématiques cachées dans la pratique technique ordinaire.**

## 1.2. Le calcul par les épiciers du prix des légumes servis, jusque dans les années 1980

Les épiciers ont utilisé jusque dans les années 1980 des **balances à abaque** qui leur permettaient de donner instantanément le prix à payer sans que le client n'arrive à le vérifier, et ils ont rendu la monnaie par un **surcomptage** qui donnait au client un excellent contrôle de l'opération, rétablissant par là la confiance nécessaire à l'instauration d'une relation durable.

La balance se composait d'une longue aiguille dont l'extrémité indiquait le poids en décigrammes sur une graduation d'un kilo. Cette aiguille se déplaçait devant un tableau gradué en cases par des rayons tracés tous les cinquante grammes et une série de cercles concentriques : les cases étaient colorées alternativement en vert et blanc et en quinconce, chaque ligne colorée ainsi définie correspondant à un "prix à payer", inscrit en petits caractères dans les cases. L'aiguille elle-même portait une graduation en "prix au kilo" allant de 10 centimes à 10 francs. Ainsi, 240 grammes de fraises à 7,30 francs au kilo valaient 1,70 franc (1,752 arrondis par défaut) ou 1,80 (en arrondissant par excès) : cela se lisait d'un seul coup d'œil. Point de mathématiques dans cette machine à montrer des produits !

Pour qui paie de cinq francs, le compte de la monnaie accompagne la manipulation des pièces : "Un soixante-dix et dix, un quatre vingts... et vingt, deux francs... et trois francs qui font cinq" ; nul besoin de dire combien lui a été rendu : le compte y est.

Mais les prix ont augmenté, et l'affaire s'est compliquée ; pour un prix de 23,50 francs le kilo de fraises, il faut lire la graduation en face de 3,50 francs au kilo : 0,84 franc, et il faut ajouter deux fois l'indication pour 10 francs au kilo ou mieux, dix fois l'indication pour 2 francs :  $2,40 \times 2$  ou  $0,48 \times 10$ , soit 4,80 francs. L'épicier traditionnel apprend progressivement à réaliser ce type de calcul, au fur et à mesure de l'augmentation des prix ; on peut le voir additionner directement les deux indications pertinentes de l'abaque : il les pointe du doigt. Il marmonne : " $4,80 + 0,84 = 5,64$ "; et il écrit le prix à payer. Mais le nouveau venu doit apprendre d'un coup, de telle manière qu'il puisse se fier à son calcul, des stratégies de calcul qui ne s'enseignent pas à l'école et que personne ne peut expliciter comme "le savoir mathématique pertinent du métier d'épicier". Or, qui ne réalise pas ce calcul "de tête" doit écrire deux nombres sur la liste des prix, ne peut plus vérifier qu'il a tout compté en comparant le nombre d'écritures au nombre d'articles qu'il donne au client, ne dispose plus de l'information "prix des fraises achetées", qui intéresse son client. Enfin, le prix prohibitif d'une table de valeurs et d'une aiguille garanties par le service des poids et mesures emporteront la décision : les épiciers français s'équiperont tous ensemble de pesons électroniques réalisant le calcul du prix à payer aussitôt frappé le prix au kilo.

Ici encore, **le compte était inscrit dans l'articulation traditionnelle d'un geste du corps avec un dispositif technique**. Les conditions techniques ayant changé, il est devenu plus économique d'abandonner le procédé tout entier et d'apprendre l'usage du peson électronique. C'est **un outil technique incorporant plus de mathématiques, pour mieux démathématiser le geste pratique** : mais le compte est toujours inscrit dans l'articulation d'un geste démathématisé avec un dispositif cristallisant des mathématiques en un outil.

Alain MERCIER

### 1.3. L'usage des tables de l'INRA pour l'alimentation des vaches laitières par les techniciens agricoles, aujourd'hui

Dans les écoles techniques agricoles, depuis les lycées où l'on prépare du CAPA au BTA<sup>1</sup>, jusqu'aux écoles qui recrutent sur concours des élèves venus de "Sup Bio", les enseignants en élevage emportent avec eux un petit livre rouge intitulé *Tables de l'alimentation des Bovins, Ovins et Caprins*. Cet ouvrage s'annonce comme un "Aide-Mémoire" de poche qui doit prolonger sur le terrain à la fois l'ouvrage de référence où la théorie de l'alimentation des ruminants est exposée et le logiciel de calcul correspondant. Ces trois éléments sont diffusés par l'INRA<sup>2</sup>, leur dernière mise à jour date de 1988. L'aide-mémoire nous intéresse seul, c'est aujourd'hui encore le dispositif dont l'usage signe la maîtrise des techniques de l'alimentation. Dans les formations initiales comme dans les formations continues, le calcul d'une alimentation équilibrée est le point d'achoppement essentiel ; il est décrit aussi bien par G. Frossard, chercheur à l'INRAP<sup>3</sup> de Dijon (Frossard, 1985), que manifesté dans l'aide-mémoire par l'insistance à montrer des exemples de calcul pratique.

Les principes de l'alimentation des vaches laitières sont exposés dans les pages 7 à 12, les tables pages 13 à 23 : on trouve alors page 16, tableau 1.4, "*exemple de rationnement*" pour un troupeau de vaches adultes en milieu de lactation ; page 19, tableau 1.7, "*exemples de calcul de complémentation minérale de quelques rations de base usuelles pour des vaches laitières en production*"; pages 22 et 23, tableau 1.12, "*exemple de rationnement en début de lactation (12 premières semaines)*" pour un troupeau de vaches adultes de 650 kg produisant dix kg de lait au pic de production, où l'on expose une conduite d'alimentation semaine par semaine ; ce qui fait quatre pages d'exemples, mais pas une seule formule générale ! Quatre-vingt-dix pages, en fin d'ouvrage, sont occupées par une table de valeur nutritive de 714 types de végétation fourragère (fraîches, ensilées, sèches), tubercules, céréales, graines, etc. : c'est l'information essentielle.

Pour sa part, l'ouvrage de zootechnie à usage didactique, édité chez Foucher-INRAP (Gadoud et al., 1992) à l'attention des techniciens supérieurs, n'est pas moins embarrassé : sur quarante pages d'exposé, un encadré en petits caractères (les nombreux "*approfondissements*" proposés sont ainsi présentés) pour une "*méthode générale*" où l'on apprend que le problème relève d'un système de plusieurs équations à plusieurs inconnues dont le cas le plus simple est seul exposé :

$$\begin{aligned}x \text{ VEF} + y \text{ VEC} &= \text{CI} \\x \text{ UFF} + y \text{ UFC} &= \text{ARUF}\end{aligned}$$

où  $x$  et  $y$  sont les quantités de fourrage et de concentré mesurées en MS (kg de matière sèche), CI est la capacité d'ingestion, VEF est la valeur d'encombrement du fourrage, VEC est la valeur d'encombrement du concentré ( $\text{VEC} = \text{Sg} \cdot \text{VEF}$ ), Sg est le taux de substitution global, UFF est la valeur UFL<sup>4</sup> du

1. CAPA : Certificat d'Aptitude Professionnelle Agricole, BTA : Brevet de Technicien Agricole.

2. Institut National de Recherche Agronomique.

3. Institut National de Recherches et d'Applications Pédagogiques.

4. UFL : unité de mesure de la valeur nutritive d'un fourrage donné, dans le cas de vaches laitières en période de lactation.

fouillage par kg de MS, UFC est la valeur UFL du concentré par kg de MS, ARUF est l'apport recommandé en UFL (ARUF = BES + I), BES sont les besoins énergétiques pour l'entretien de l'animal et la production de lait envisagée par l'éleveur, I est un facteur de correction des besoins tenant compte de l'effet dépressif sur la consommation de MS dû à l'interaction fourrage-concentré. La difficulté vient de ce qu'en fait, Sg et I sont des fonctions de x et de y... d'où les "tableaux de correction" pour qui utilise les "équations simplifiées" où I et Sg sont supposés constants. Deux organigrammes proposent enfin "la marche à suivre pour le calcul des rations" et "le calcul des rations" dans les cinq cas de figure courants, avec exposé d'un exemple... puis, discussion de la méthode et exposé d'une méthode pratique de conduite approchée du rationnement d'un troupeau. Comment pratique-t-on ce calcul : quels sont les gestes réalisés, à quels dispositifs sont-ils associés et pourquoi les "tables de calcul" suscitent-elles l'embarras général ? L'ouvrage didactique n'en montre pas grand'chose.

Explorons les organisations de gestes possibles et les aides que l'on peut produire pour leur stabilisation telles que l'aide-mémoire professionnel en rend compte (pour prendre le point de vue de la pratique professionnelle, nous ne considérerons pas les descriptions à usage didactique).

Le premier tableau, intitulé 1.1, donne les besoins alimentaires totaux (entretien et production) des laitières adultes de 600 kg, en énergie (UFL), azote (PDI) et minéraux (Ca et P). Des formules rendraient compte du calcul :

$$\begin{aligned} \text{UFL} &= 1,4 + 0,006 \text{ PV} + 0,44 (1 + 0,015 (t - 0,040)) \text{ L} \\ \text{PDI} &= 0,095 + 0,0005 \text{ PV} + 0,048 (1 + 0,015 (t - 0,040)) \text{ L} \\ \text{P} &= 0,000045 \text{ PV} + 0,0017 (1 + 0,015 (t - 0,040)) \text{ L} \\ \text{Ca} &= 0,00006 \text{ PV} + 0,0035 (1 + 0,015 (t - 0,040)) \text{ L} \end{aligned}$$

Les mesures de poids sont en kg. PV est le poids vif de l'animal, L sa production quotidienne de lait, t le taux butyreux du lait produit. Les différents besoins sont donnés en fonction de la production laitière observée. Le tableau 1.2 donne une évaluation de la production de lait permise par un fourrage d'encombrement et de valeur énergétique connus. Le calcul effectif se réalise sur la base des données de cette table pour le fourrage dominant, mais ici encore une formule dépendant d'un paramètre nous aurait tout aussi bien renseignés.

Le tableau 1.3 donne les valeurs des variables de la table 1.2 sur les différents types de fourrages dont les vaches peuvent disposer ; il donne à nouveau les quantités ingérées et le lait permis par ces fourrages, rendant le tableau précédent inutile dans le cas où l'on ne proposerait que ce seul aliment.

Le tableau 1.4 donne un exemple du calcul standard du rationnement, mené pas à pas et commenté en chacun des quatre points qu'il comporte, suivi de la vérification indispensable au professionnel.

Le procédé didactique est connu, il consiste à montrer le geste professionnel quotidien, autant de fois qu'il est nécessaire puisque le temps de l'apprentissage n'est pas compté lorsqu'il s'agit d'un apprentissage par frayage. Il n'y a donc pas de leçon, mais un commentaire du geste. Ainsi, les

Alain MERCIER

calculs ne sont ni indiqués ni présentés ; leur résultat est donné, puis la réponse que le résultat apporte est commentée : ce tableau commenterait tout aussi bien les écrans successifs de l'ordinateur.

On en déduit que ce qui n'est pas dans l'aide-mémoire, c'est l'instrument de production du résultat : que ce soit une machine, son logiciel et les entrées qu'elle nécessite ou que ce soit un opérateur, ses décisions et ce qu'il écrit d'une série de calculs. "*Le corps humain est le premier et le plus naturel instrument de l'homme. Ou plus exactement, sans parler d'instrument, le premier et le plus naturel objet technique -et en même temps moyen technique- de l'homme, c'est son corps*", écrit M. Mauss (1936). Avec Vygotsky (1930), P. Moumoud (1970), P. Rabardel et P. Vérillon (1985), nous dirons que l'instrument est "*l'ensemble des gestes d'usage*" d'un dispositif technique. Avec Chevallard (1991), nous insisterons sur le fait que l'instrument est socialement déterminé, qu'il ne trouve de lieu où naître que dans une institution où il se stabilise, comme "*rapport institutionnel à un objet technique complexe*". Les tableaux sont la partie visible d'un dispositif qui comprend par exemple des moyens de mémorisation et de traitement de données : dispositifs et gestes d'écriture et de calcul.

Nous n'irons pas plus loin dans la description de l'instrument traditionnel des techniciens agricoles, dans la mesure où ce que nous en avons montré suffit à notre propos. L'enseignement de l'usage de ces tableaux fait problème, c'est ce type de problème que nous cherchons à poser. Peut-on faire une théorie de cet usage - ce sera ici dans le sens étymologique, une suite discursive organisée selon une raison interne<sup>1</sup> - c'est-à-dire organiser l'usage en une suite de gestes qui font sens chacun pour soi, exercer des élèves à ces gestes partiels ? Doit-on organiser dans l'école même les conditions du frayage, organiser l'enseignement du savoir opératoire d'un métier sur le modèle de la transmission traditionnelle des instruments de la profession ?

## 2. QUELLE FORMATION MATHÉMATIQUE ENSEIGNER POUR SATISFAIRE DES BESOINS PROFESSIONNELS ?

### 2.1. Savoirs disciplinaires et activités instrumentées : la croix des mélanges, un problème de transposition didactique

L'embarras constaté des ouvrages d'enseignement à l'intention des techniciens agricoles peut trouver une explication dans le fait que "*les pratiques professionnelles de référence*" (Martinand, 1984, 1985) du rationnement des vaches laitières ne sont pas visiblement des pratiques nécessitant des savoirs mathématiques : les mathématiques utilisées relèvent de la culture de l'école primaire traditionnelle, qui va de soi pour tout technicien de cinquante ans et plus : c'est la sienne et celle de ses parents. L'exemple général est celui d'une résolution de problème par étapes, correspondant à des unités de sens produites par la connaissance préalable du domaine de réalité dans lequel le problème se pose ; cette pratique de résolution s'est perdue avec la dispari-

1. Rey A. (Dir.) (1992). *Dictionnaire historique de la langue française*. Paris, Le Robert.



tion de l'enseignement systématique des "problèmes d'arithmétique pratique". Les ingénieurs et techniciens de l'INRA ont pourtant choisi de s'appuyer sur ce type de pratique, qui aurait pu être remplacée par la mise en équation du problème et son traitement algébrique dans le cadre d'un modèle global.

Seulement, là où la culture mathématique du Certificat d'Études Primaires pouvait suffire à donner du sens à l'usage des tables tel qu'il est présenté dans le tableau 1.4 de l'aide-mémoire professionnel, la culture mathématique que donne un Baccalauréat Scientifique, ou celle que les enseignements disciplinaires des BTS<sup>1</sup> agricoles se proposent de produire, suffit à peine à donner du sens aux pratiques algébriques substitutives. Le hiatus fait que "la profession", c'est-à-dire les techniciens installés, n'y reconnaissent plus les instruments professionnels qu'ils animent traditionnellement.

On trouve alors dans la noosphère des didacticiens pour négocier des instruments intermédiaires, c'est ainsi qu'une équipe d'enseignants de mathématiques et de zootechnie se réunit pour remettre au goût du jour un dispositif arithmétique antique, mais enseignable à des élèves de CAP ou de BEP<sup>2</sup> agricoles sans culture arithmétique : "la croix des mélanges" (Frossard, 1991).

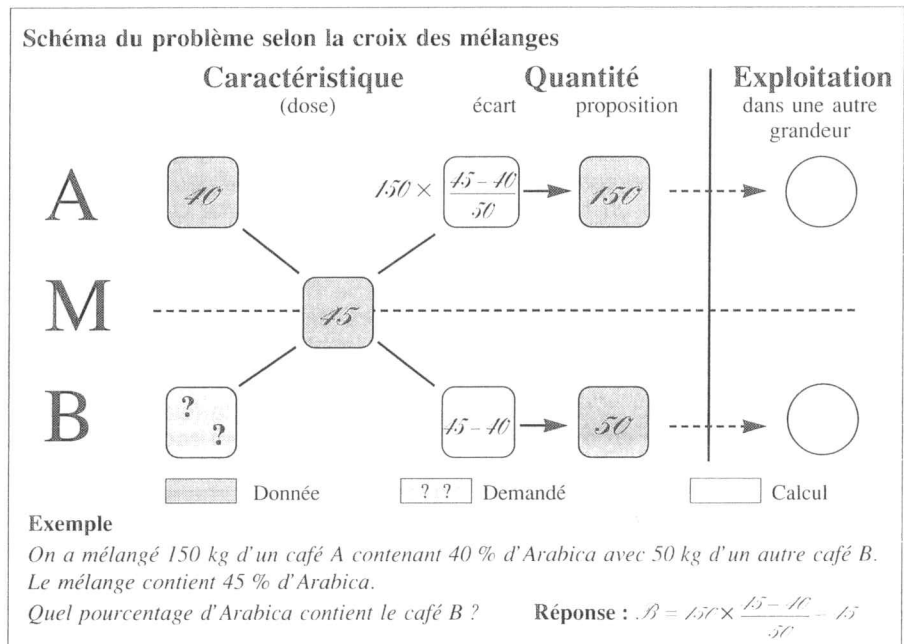


Figure 1 : La croix des mélanges présentée dans l'ouvrage de l'INRAP pour les enseignants de BEPA (Frossard, 1991).

1. Brevet de Technicien Supérieur.  
 2. Brevet d'Études Professionnelles.

Alain MERCIER

Ce dispositif (voir figure 1) permet d'enseigner ce que les mathématiciens appellent un instrument de calcul barycentrique dans le cas de deux points ; les physiciens, un instrument de calcul des centres de gravité en statique ; les chimistes, un instrument de calcul des mélanges ; les économistes, un instrument de calcul des moyennes pondérées, etc.

L'instrument "utilisation de la croix des mélanges" permet en effet l'algorithme d'une pratique sociale qui était transparente aux auteurs du tableau 1.4 : les résultats de l'usage de cette croix sur les éléments du tableau sont en effet donnés sans plus de commentaires dans le tableau 1.5 ! Seul, le traitement complet d'un exemple, en encadré, montre au futur professionnel le geste de calcul qu'il devra réaliser et permet de comprendre l'emploi nécessaire de cet artefact.

Cette observation confirme notre interprétation première : la croix des mélanges est une production didactique, dont le but principal est de rendre visibles les mathématiques cristallisées dans l'instrument traditionnel. Ce geste peut alors être enseigné. La promotion de la croix des mélanges est donc le premier temps d'une "mise en théorie" à visée didactique qui isole un des gestes élémentaires de l'instrument professionnel global : les éléments d'une théorie peuvent en effet être présentés en un texte d'enseignement. La correction proposée dans le quatrième temps relève encore d'un calcul de mélange et du même dispositif technique. Ce dispositif apparaît alors comme "un outil théorique" adéquat au projet d'enseignement qui l'a produit : le terme heureux d'un processus de transposition didactique sous contrôle. Il est temps de remarquer, pour confirmer notre interprétation, que le document où cet outil se présente est un document qui, disent ses auteurs, "... a été conçu pour contribuer à la formation continue des enseignants. [...] il ne peut en aucun cas être considéré comme un manuel. [...] il présente le résultat d'une action de formation-recherche qui visait à traiter d'une querelle traditionnelle entre les enseignants de mathématiques, et les enseignants de zootechnie qui enseignent 'la croix'". La croix des mélanges outille l'usage de la "feuille de calcul" de raisonnement éditée par l'INRA. Pour le rendre enseignable, elle transforme l'instrument présenté dans le tableau 1.4 en algorithme de comportement : à l'examen du BEPA Zootechnie, il faut "savoir remplir la feuille".

La transposition didactique, on le voit, a produit à la fois un objet mathématique scolaire, la croix des mélanges, et un instrument scolaire, le calcul des mélanges, dans une transaction entre deux nécessités : celle de rendre visibles les savoirs mathématiques à l'œuvre dans l'instrument professionnel (des savoirs qui étaient transparents, invisibles aux acteurs professionnels, non identifiables donc inenseignables), et la nécessité de rendre instrumentaux les savoirs mathématiques disponibles aux professionnels en formation que sont les élèves de l'enseignement secondaire agricole. Le risque encouru par une telle production à usage didactique (qui est le fait de la noosphère de l'enseignement agricole) est qu'elle pourrait très bien ne satisfaire que trop localement les besoins en mathématiques de la profession, parce qu'elle ne proposerait qu'une sous-culture scolaire, tout en ne satisfaisant que trop ponctuellement les besoins de l'école en instruments professionnels enseignables, parce qu'elle ne proposerait qu'une formation étroite ou techniquement dépassée. C'est ce que tend à montrer une enquête épistémologique et technique même rapide, comme celle que nous avons réalisée.

## 2.2. Savoir opératoire et savoirs fondamentaux : l'instrumental dans les enseignements techniques

Les tables de l'INRA ont été établies par l'observation expérimentale systématique des troupeaux de vaches laitières de l'Institut. Certes, les systèmes d'unités utilisés pour rendre compte des observations forment une première approche théorique des techniques du rationnement des ruminants ; la pratique d'une succession de corrections par l'usage d'une suite de tableaux donne une bonne approximation de la ration. Mais les savoirs mis en jeu ne sont encore que des savoirs technologiques : ils rendent compte des actions raisonnables, pas de l'espace des contraintes où mener des actions raisonnées ; ils énoncent des lois expérimentales, mais ces lois ne constituent pas une explication des phénomènes sur lesquels le technicien prétend agir, parce qu'elles n'en rendent pas raison dans un système articulé - par exemple, avec une théorie chimique ou biologique de la digestion chez les ruminants.

Déjà pourtant, la notion de PDI (protéines digestibles intestinales) permet au technicien de ne pas ignorer un phénomène essentiel de l'alimentation des ruminants : la production de protéines animales dans le rumen (des bactéries s'y développent rapidement, décomposant les végétaux ingérés). Ces protéines sont en effet digestibles, elles sont digérées par la suite. Cette première connaissance permet une économie importante d'apport en compléments coûteux (tourteaux de soja importés, par exemple). Mais la nécessité d'ajuster à la fois UFL et PDI par le mélange de deux aliments impose le recours à un instrument du calcul barycentrique (quel qu'en soit le dispositif instrumental).

Aujourd'hui, les possibilités offertes par l'informatisation des calculs sont telles, que le modèle du PDI paraît bien pauvre aux chercheurs en alimentation animale. On peut bien sûr affiner l'approche, calculer la ration de chaque animal selon son âge, son poids, son état physique et le prix comparé des différents compléments du marché : l'emblème de chacun de ces calculs reste le calcul des mélanges ; les mathématiques utilisées restent relatives au calcul des approximations linéaires dans un espace à plusieurs dimensions, et simplement, l'instrument jusqu'ici incorporé dans la personne d'un technicien en zootechnie, se trouve cristallisé en une machine à calculer et un logiciel qu'il suffit de nourrir en informations, à la demande. La croix des mélanges devient une pratique scolaire, obsolète dans le domaine professionnel : c'est un emblème qui date déjà.

D'autre part, notre connaissance de l'alimentation ne progresse pas tant que nous ne disposons pas d'une théorie explicative quantifiée des observables. Un "bon modèle" ne doit pas seulement prendre en compte l'équilibre entre les entrées (fourrages, complément concentré, apports minéraux et vitaminiques) et les sorties (lait, déchets) ; il doit au moins être mécaniste (permettre des prévisions au-delà du domaine expérimenté empiriquement) et sans doute, dynamique (décrire l'évolution du système des relations qui le composent), s'il doit permettre de contrôler la production globale en quantité, la qualité du produit, la charge polluante de la production et augmenter le bien-être de l'éleveur et de l'animal. On peut alors par

Alain MERCIER

---

exemple, tenter de suivre les PDI, qui se composent des PDIA, d'origine alimentaire directe, et des PDIM, d'origine microbienne fabriquées dans le rumen, composées elles-mêmes des PDIMN, permises par l'azote dégradé dans le rumen, et des PDIME, permises par l'énergie fermentescible présente dans le rumen et réalisées dans l'intestin. Les réactions biologiques et chimiques d'équilibration entre ces variables de mesure de l'énergie nutritive de la ration alimentaire fondent alors un modèle complexe de la digestion, à partir duquel il est possible d'établir un rationnement raisonné... à la condition de savoir calculer les solutions d'un système d'équations différentielles non linéaires. La formation mathématique nécessaire à la compréhension du modèle croît rapidement : la cristallisation des procédés du calcul dans un ordinateur va être la clé de la pratique professionnelle à venir. Le laboratoire de recherche sur la modélisation mathématique de l'alimentation des ruminants de l'Institut National d'Agronomie, où sont formés des ingénieurs agronomes (et non des techniciens, comme dans les cas précédemment présentés) travaille actuellement sur le projet d'une telle mathématisation, qui dépasserait le stade actuel de la formalisation algébrique des tables expérimentales.

Quelle devra être la formation des techniciens dont l'activité professionnelle sera instrumentée à l'aide de ce dispositif – où les mathématiques ne seront plus visibles ? Ou plutôt, quelle devra être la formation mathématique, mais aussi bien biologique ou chimique, qui donnera à ces techniciens la possibilité de suivre l'évolution prévisible des dispositifs ?

## CONCLUSION

L'analyse menée et l'expérience de la manière dont les évolutions précédentes se sont produites, montrent que c'est principalement l'évolution des techniques qui, par l'introduction de dispositifs économes en instrumentation mathématique, produit les changements rapides des pratiques sociales : ceux que nous avons observés en première partie en témoignent. Il est révolu, le temps où le changement était produit, d'une génération à la suivante, par une augmentation de la culture commune qui autorisait l'émergence de nouveaux instruments.

Aujourd'hui, les gestes anciens se perdent lorsque les dispositifs qui les appelaient restent dans les remises. L'enseignement tente alors d'oublier le plus rapidement possible les transpositions de gestes anciens qui ne sont plus les emblèmes scolaires de la profession. L'adéquation de la formation aux pratiques professionnelles trouve à se montrer par l'instrumentation de dispositifs d'apparence plus moderne.

Ainsi, dans l'évolution actuelle de l'enseignement des mathématiques pour l'élevage, la croix des mélanges signe la réalisation humaine du calcul informatisé. La croix des mélanges est déjà remplacée par des "familles de courbes" : les courbes intégrales des équations différentielles du nouveau modèle, plus mathématique. Ces courbes montrent les mathématiques à l'œuvre dans les nouvelles modélisations, sans pouvoir instrumenter une pratique professionnelle : l'instrumentalité est officiellement laissée aux

ordinateurs. Ces familles de courbes signifient la compréhension supérieure des techniciens, elles sont présentes dans un ouvrage à l'usage des BTS agricoles et accompagnent les équations dans les articles techniques de haut niveau à l'usage des ingénieurs, tandis que la croix des mélanges est encore présentée aux CAP de la spécialité.

Le partage du travail fait son chemin avec la différenciation institutionnelle. Du côté de la sphère de production savante, quelques chercheurs en mathématiques ou en biologie des ruminants et quelques ingénieurs en zootechnie produiront du savoir opératoire<sup>1</sup> relatif à la construction des outils pour le rationnement des vaches laitières (il en est déjà ainsi avec les machines à compter les poissons, les prix, la monnaie à rendre, etc.). Du côté de la sphère de production laitière, les techniciens instrumenteront l'usage des outils et des dispositifs dans lesquels les outils nouveaux s'inséreront ; ils rendront compte des effets de leurs instruments à l'aide d'un savoir opératoire, le génie zootechnique. Du côté des écoles techniques, il s'agira d'assurer la formation nécessaire à la création de ces instruments, en proposant un premier rapport aux outils qui serviront d'emblème à la profession de producteur de lait.

Pour que les écoles professionnelles enseignent des instruments robustes et forment des techniciens reconnus, l'étude de la transposition didactique des instruments professionnels devra définir le milieu des situations didactiques relatives aux problèmes que résolvent ces instruments. Il faudra que l'étude de la transposition didactique définisse ce que peuvent être des "*contextualisations fondamentales*"<sup>2</sup> pour un savoir opératoire. Faute de quoi, les savoirs scolaires apparaîtront formels, obsolètes, modernistes, qu'importe : ils sembleront le signe réitéré de l'inadaptation toujours renaissante de l'école aux besoins de la profession.

Nous avons montré comment des analyses didactiques pouvaient aider à comprendre ces processus, et éventuellement à contrôler les évolutions que les transformations techniques rendront nécessaires, pour que les enseignements disciplinaires dans les écoles professionnelles n'apparaissent plus comme des objets de consommation culturelle superflue, mais comme des éléments essentiels de la formation : des objets de la culture technique d'une profession.

1. Sur les notions de savoirs fondamentaux pour un savoir opératoire relatif à une pratique sociale, voir Artaud (1993).

2. On se réfère sous ce nom à la notion de "*situation fondamentale pour un savoir*" proposée par G. Brousseau (1986), dans le cadre de la théorie des situations didactiques.

Alain MERCIER

## BIBLIOGRAPHIE

ARTAUD M. (1993). *La mathématisation en économie comme problème didactique, une étude exploratoire*. Thèse de mathématiques et logique informatique, mention didactique, Université Aix-Marseille II, Luminy.

BIZET J. (1991). Le rôle de l'école et de la formation des enseignants dans la promotion d'une nouvelle culture technique. In D. Morali, M.-C. Dauvisis & B. Sicard (Eds), *Culture technique et formation*. Nancy, Presses Universitaires de Nancy, pp. 396-398.

DE BONNAULT-CORNU P., CORNU R. (1991). Savoir-faire, savoir-mesurer. La conserverie nantaise. In *Terrains*, n° 16, spécial "Savoir-faire". Paris, Ministère de la Culture et de la Communication, pp. 50-61.

BOSCH i CASABÒ M. (1991). *El semiòtic i l'instrumental en el tractament clàssic de les situacions de proporcionalitat*. Treball de Recerca, Departament de matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona.

BROUSSEAU G. (1973). Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ? Actes du Congrès International des Sciences de l'Éducation. In *La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Thèse, Volume annexe, pp. 98-111.

BROUSSEAU G. (1983). Étude de questions d'enseignement : la géométrie. Actes du séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique. In *La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Thèse, Volume annexe, pp. 447-481.

BROUSSEAU G. (1986). *La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. Thèse, Université Bordeaux I.

CHAIX M.-L. (1991). Le statut de la technique dans la recherche pédagogique et la question de la maîtrise de l'action. In D. Morali, M.-C. Dauvisis & B. Sicard (Eds), *Culture technique et formation*. Nancy, Presses Universitaires de Nancy, pp. 372-374.

CHARLOT B. (1991). Culture du pauvre ou humanités modernes ? Le concept de culture technique à travers deux siècles de formation des ouvriers et des techniciens. In D. Morali, M.-C. Dauvisis & B. Sicard (Eds), *Culture technique et formation*. Nancy, Presses Universitaires de Nancy, pp. 225-247.

CHEVALLARD Y. (1980). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble, La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (1989). *Arithmétique, algèbre, modélisation*. Marseille, IREM d'Aix-Marseille.

CHEVALLARD Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. In *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique 1990-1991*. Grenoble, Université Joseph Fourier, pp. 103-117.

GUIMPEL J. (1975). *La révolution industrielle du Moyen Age*. Paris, Seuil.

KERLAN A. (1991). Culture technique, culture scientifique et culture pédagogique. In D. Morali, M.-C. Dauvisis & B. Sicard (Eds), *Culture technique et formation*. Nancy, Presses Universitaires de Nancy, pp. 285-292.

MARTINAND J.-L. (1984). La référence et le possible dans les activités scientifiques scolaires. In *Recherches en didactique de la physique, Actes du Premier Atelier International*. Paris, Éditions du CNRS, pp. 227-249.

MARTINAND J.-L. (1985). Présentation du thème des Journées (sciences, techniques, culture et profession). In A. Giordan & J.-L. Martinand (Eds), *Actes des VII<sup>es</sup> Journées Internationales sur l'Éducation Scientifique*. Paris, Université Paris VII, pp. 27-35.

MAUSS M. (1966). *Anthropologie et sociologie* (chapitre 7). Paris, PUF.

MOUMOUD P. (1970). *La structuration de l'instrument chez l'enfant*. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.

RABARDEL P. (1993). *Activités avec instruments*. Habilitation, Université Paris 8.

RABARDEL P. & VÉRILLON P. (1985). Relations aux objets et développement cognitif. In A. Giordan & J.-L. Martinand (Eds), *Actes des VII<sup>es</sup> Journées Internationales sur l'Éducation Scientifique*. Paris, Université Paris VII, pp. 189-196.

REY A. (Dir.) (1992). *Dictionnaire historique de la langue française*. Paris, Le Robert.

SCHLANGER N. (1991). Le fait technique total. La raison pratique et les raisons de la pratique dans l'œuvre de Marcel Mauss. In *Terrains*, n° 16, spécial "Savoir-faire". Paris, Ministère de la Culture et de la Communication, pp. 114-130.

VERGNAUD G. (1972). Calcul relationnel et représentation calculable. *Bulletin de Psychologie*, n° 28, pp. 378-387.

VERGNAUD G. (1977). Activité et connaissance opératoire. *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques*, vol. 307, n° 2, pp. 52-65.

VÉRILLON P. & RABARDEL P. (à paraître). *Cognition and artefacts : a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity*.

VYGOTSKY L.-S. (1930). Instrumental'ny metod in psikhology. (Traduction française de Catherine Haus, La méthode instrumentale en psychologie). In B. Schneuwly & J.-P. Bronckart (Eds), *Vygotsky aujourd'hui*. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, pp. 39-47.

### Ouvrages objets de l'étude

FROSSARD G. (1985). Approche didactique de la notion de mélange et des procédures de résolution, ou lorsqu'on mélange c'est la croix et la manière. In A. Giordan & J.-L. Martinand (Eds), *Actes des VII<sup>es</sup> Journées Internationales sur l'Éducation Scientifique*. Paris, Université Paris VII, pp.145-154.

FROSSARD G. (1991). *Mathématiques et techniques - Les mélanges*. Document INRAP n° 101. Dijon, Ministère de l'agriculture et de la forêt.

GADOUD R., JOSEPH M.-M., JUSSIAU R., LISBERNEY M.-J., MANGEOL B., MONTMÉAS L. & TARRIT A. (1992). *Nutrition et alimentation des animaux d'élevage, 2*. Paris, Foucher-INRAP.

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE AGRONOMIQUE (1988). *Tables de l'alimentation des bovins, ovins et caprins*. Paris, INRA.